

## Symbolic computation and machine learning on logical formulas

著者	Kobayashi Munehiro
発行年	2017
その他のタイトル	論理式に対する数式処理と機械学習
学位授与大学	筑波大学 (University of Tsukuba)
学位授与年度	2016
報告番号	12102甲第8012号
URL	<a href="http://hdl.handle.net/2241/00147718">http://hdl.handle.net/2241/00147718</a>

氏 名	小林 宗広
学 位 の 種 類	博 士 (理 学)
学 位 記 番 号	博 甲 第 8012 号
学 位 授 与 年 月 日	平成 29 年 3 月 24 日
学 位 授 与 の 要 件	学位規則第4条第1項該当
審 査 研 究 科	数理物質科学研究科
学 位 論 文 題 目	Symbolic computation and machine learning on logical formulas (論理式に対する数式処理と機械学習)

主 査	筑波大学准教授	博士 (理学)	照井 章
副 査	筑波大学准教授	理学博士	坂井 公
副 査	筑波大学教授	理学博士	坪井 明人
副 査	国立情報学研究所教授	博士 (理学)	新井 紀子

## 論 文 の 要 旨

本論文では、数式処理による論理式の計算を取り上げ、特に限量記号消去 (Quantifier Elimination, QE) に関する以下の問題を扱っている。

1. 実閉体上の非冠頭標準形論理式に対する限量記号消去における、機械学習を用いた部分論理式の処理順序の決定による計算効率の改善。
2. 限量記号消去を主に用いる自動推論による数学問題の自動解答器に対する、数学の問題の難易度と計算機による計算の困難さの関係性の解明。

各問題の内容および著者による研究成果は以下の通りである。

1) の研究では、実閉体上の非冠頭標準形論理式に対する限量記号消去において、部分論理式の処理順序に着目している。論理式の「冠頭標準形」とは、限量記号が論理式の先頭部に集められている形式を言うが、一般に実用の場面で与えられる論理式は、冠頭標準形ではない場合もしばしばある。しかし、QE アルゴリズムを構成する際の議論においては、入力論理式が冠頭標準形であることを仮定する場合が多い。そこで、QE 計算の際には、与えられた論理式が非冠頭標準形の場合に、冠頭標準形に変形してから QE アルゴリズムを適用することが多いが、これにより、変数間の代数的独立性を利用しにくくなる場合が生じ、結果として QE 計算の効率を損なう場合がある。これに対し、非冠頭標準形の論理式を部分論理式に分割した上で各部分論理式に対して限量記号消去を行い、それぞれの計算結果を論理的に統合する計算手法が考えられている。

ここで、与えられた論理式全体の限量記号消去を効率的に行うために、各部分論理式の限量記号消去

をどのような順番で実行するのが効果的かという問題が生ずる。この問題に対しては、これまでに、分割した部分論理式に対する限量記号消去の処理順序を決定するヒューリスティクスが提案されている。著者は、大学入試の学習参考書の問題、大学入試問題、国際数学オリンピックの問題から導出される論理式に対し、サポートベクターマシン (Support Vector Machine, SVM) を用いた機械学習により、QE 計算を効率的に行うように部分論理式の処理順序を決定するヒューリスティクスを与えている。

2) の研究では、人工知能プロジェクト「ロボットは東大に入れるか」において開発されている、自然言語処理と自動推論を組み合わせた数学問題の自動解答器のうち、高階述語論理で記述される形式表現で表された問題を自動推論で解く機能に対し、大学入試の学習参考書の問題、大学入試問題、国際数学オリンピックの問題から人間によって得られた形式表現を与え、人間にとっての数学問題の難易度と、解答器による自動推論の計算可能性の関係性を探っている。計算機実験の結果、解答器が 1 時間以内に正答を返す問題の出典ごとの分布について、学習参考書と国際数学オリンピック、および大学入試と国際数学オリンピックの間に有意な差が認められたとしており、人間にとっての数学問題の難易度と、解答器による計算の困難さの間に関係性が存在することを示唆する結果を導いている。また、本研究では、SVM を用いた機械学習により、与えられた論理式がもつ限量記号、束縛変数、自由変数の個数をはじめとする特徴量から、与えられた問題に対し、(a) 問題の出典の分類、および (b) 解答器が 1 時間以内に正答を返すか否かの分類を試みており、実験結果は (a) の分類を高精度で行えたことを示している。

## 審 査 の 要 旨

〔批評〕

論理式に対する限量記号消去は、20 世紀に Tarski が実閉体上の 1 階述語論理式に対する QE アルゴリズムの存在を示し、近年では数式処理による QE アルゴリズム研究の進展が目覚ましいが、実世界で与えられる問題から導出される論理式に対する限量記号消去を実用的な効率で行うためには、アルゴリズムの効率化の上で克服すべき課題がまだ多く残っている。

1) の研究では、QE アルゴリズムの効率化のために、機械学習を用いたヒューリスティクスを提案している。QE アルゴリズムの効率化は、数式処理による現代的な QE アルゴリズムが最初に提案されて以来、今日に至るまで基本的かつ重要な研究課題の一つであるが、任意の論理式に対して効率化を可能とするような一般的な理論を構築するには未だに至っておらず、効率化のための各種のヒューリスティクスが提案されているのが現状である。その中で、機械学習を用いたヒューリスティクスに関する先行研究としては、汎用的な QE アルゴリズムの一つである Cylindrical Algebraic Decomposition (CAD) における最適な射影順序を決定する上で、機械学習によってヒューリスティクスを選択する手法が提案されている。そのような中で、本論文の手法については、非冠頭標準形の部分論理式の処理順序の最適化という新たな用途に機械学習を用いた点、および、大学入試問題や国際数学オリンピックの問題といった、先行研究において例のない難度の問題を多数取り上げて性能を評価したことにより、本論文で提案された手法が、より現実的な問題に適応可能であることを示した点が評価できる。さらに、QE アルゴリズムによる効果的なヒューリスティクスの構築には、高度な数学的知識と経験、そして試行錯誤がしばしば求められるが、本研

究は、良質な問題に対する適切な機械学習により、人間による最適化と同等の性能をもつヒューリスティクスが構築可能であることを示した先駆性でも評価できる。

2) の研究は、数学問題の人間にとっての難易度と機械にとっての難易度を比較することにより、問題の難易度を定量的に評価する先駆的な成果として評価できる。なお、本論文の機械学習による実験結果からは、制限時間内の解答可能性に基づく数学問題の分類の精度にはまだ課題があり、それらを克服するための手法として、与えられた高階論理式の構造の解析などを提案しているが、今後、機械による数学問題の解法を実用化するに向けては、このような研究を通して、人間にとっての数学問題の難易度の指標となるものをより深く理解することが重要になるものと思われる。

人工知能の研究においては、近年、機械学習に基づく人工知能技術の発展が世間の注目を集める一方、数学のように、論理的に記述可能な問題に対しては、自動推論に基づく人工知能技術が有効であることが、近年の人工知能プロジェクト「ロボットは東大に入れるか」をはじめとする研究成果で示されており、注目される。そのような背景において、本論文の研究は、限量記号消去という自動推論技術の中で機械学習を用いるという、両分野の融合ともいえる研究の一つとして興味深いもので、今後の研究の発展が期待される。

以上、本論文による研究内容および成果は、数式処理による論理式の限量記号消去に関する研究として優れているものと認められる。

#### 〔最終試験結果〕

平成 29 年 2 月 14 日、数理物質科学研究科学位論文審査委員会において審査委員の全員出席のもと、著者に論文について説明を求め、関連事項につき質疑応答を行った。その結果、審査委員全員によって、合格と判定された。

#### 〔結論〕

上記の論文審査ならびに最終試験の結果に基づき、著者は博士(理学)の学位を受けるに十分な資格を有するものと認める。